



מבוא לאלגוריתמים - בחינת סיכום מועד א'

07/02/03

- בבחינה 4 שאלות.
- משך הבחינה 3 שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- כל חומר עזר מותר
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 7 עמודים וארבע שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במידת הצורך אפשר להוסיף דפים נוספים.
- בבחינה 2 שאלות "אמריקאיות". בכל שאלה אמריקאית יתכנו **כמה (יותר מ-1)** תשובות נכונות.
- מספר המחברת שלך הוא: _____ .

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

שאלה מס' 1 (25 נקודות):

נתון וקטור ובו n מספרים שלמים. לכל זוג אינדקסים i ו- j , $1 \leq i < j \leq n$, נגדיר את

ההפרש הנקבע על ידי i ו- j כהפרש האיברים $A[i]$ ו- $A[j]$. כלומר $diff(i, j) = A[j] - A[i]$.

בשאלה זו, עליכם להציע אלגוריתם, יעיל ככל האפשר, לפתרון הבעיה הבאה:

קלט: וקטור A שאיבריו הם מספרים שלמים.

פלט: זוג אינדקסים i ו- j , $1 \leq i < j \leq n$, אשר ההפרש הנקבע על ידי i ו- j הוא מכסימלי

$$maxdiff(i, j) = \max_{1 \leq i < j \leq n} \{A(j) - A(i)\}$$

דוגמא: נניח כי A הוא הוקטור

9	2	8	4	0	6	7
---	---	---	---	---	---	---

זוג האינדקסים $i = 5$ ו- $j = 7$ קובעים את ההפרש $A[7] - A[5] = 7 - 0 = 7$ שהוא ההפרש המכסימלי.

שימו לב: זוג האינדקסים $i = 5$ ו- $j = 1$ אינם מובאים בחשבון כי נדרש $i < j$.

האלגוריתם יוצג על ידי הסעיפים הבאים:

1.1 הציגו, באופן מילולי, רעיון לאלגוריתם.

1.2 הציגו את האלגוריתם הממוצע בעזרת קוד דמה.

1.3 נמקו את נכונות האלגוריתם שהצעתם (אין צורך בהוכחה פורמלית).

1.4 מהי סיבוכיות האלגוריתם שהצעתם? נמקו תשובתכם בקצרה.

1.5 מה תוכלו לומר על סיבוכיות ה**בעיה**? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 2 (25 נקודות)

בחברת הי-טק "העבר המופלא" עובדים n עובדים. ההנהלה החליטה להקצות k דולר לבונוסים בסוף השנה. חוקי החברה קובעים כי כל עובד יכול לקבל בונוס בגובה $l\%$ ממשכורתו או לא לקבל בונוס כלל. רוצים לתת בונוס למספר מירבי של עובדים. עליכם להציע אלגוריתם, יעיל ככל האפשר, לפתרון הבעיה הבאה:

קלט: 1. משתנה k המכיל את גובה הסכום הכללי המיועד לתשלום בונוס.

2. משתנה l המכיל את גובה הבונוס באחוזים.

3. מערך $Salary$ בן n איברים, האיבר $Salary[i]$ מכיל את משכורתו של עובד מספר i באלפי דולרים,

כלומר, אם העובד מרוויח 20,000 דולר לחודש, אז $Salary[i] = 20$.

לדוגמא: ידוע כי משכורת מבקר החברה היא 5,000 דולר בחודש וכי מספר העובד שלו הוא 1 ולכן

$Salary[1] = 5$. ידוע גם כי משכורת המנכ"ל היא הגבוהה ביותר והיא בגובה 1,000,000 דולר

בחודש. מספר העובד של המנכ"ל הוא 2 ולכן $Salary[2] = 1000$.

פלט: 1. משתנה mx_bonus אשר מכיל את מספר העובדים המירבי שיקבלו השנה בונוס.

2. מערך $Employ_bonus$ שיכיל את mx_bonus מספרי העובדים שיזכו השנה בבונוס.

האלגוריתם יוצג על ידי הסעיפים הבאים:

2.1 תארו את האלגוריתם המוצע באופן מילולי.

2.2 הציגו את האלגוריתם המוצע בעזרת קוד דמה.

2.3 נמקו את נכונות האלגוריתם המוצע (אין צורך בהוכחה פורמלית).

2.4 מהי סיבוכיות האלגוריתם המוצע? נמקו תשובתכם.

2.5 מה תוכלו לומר על סיבוכיות ה**בעיה**? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 3 (25 נקודות)

בשאלה זו עליכם לחשב את הסיבוכיות של התוכנית *Prog* אשר הקוד עברה הוא:

```

Prog(n)
  proc1
  for i ← 1 to n do
    proc2
    if i = 2m (for some integer m) then
      proc3
    end_if
  end_for
end
    
```

בכל שורה בטבלה הבאה, מפורטות הנחות לגבי הסיבוכיות של *Alg proc2* ו *proc3*. עבור כל שורה כזו עליכם לציין האם סיבוכיות *Prog* **בהכרח נכונה**.

סמנו אם לא נכון	סמנו אם נכון	<i>Prog</i>	<i>proc3</i>	<i>proc2</i>	<i>proc1</i>
		$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n^{0.5})$	$\Theta(n^2)$
		$\Theta(n^2 \log n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n \log n)$
		$\Omega(n^2 \log n)$	$\Theta(n^2)$	$\Omega(n^2)$	$\Omega(n)$
		$O(n^4)$	$\Omega(n^2)$	$O(n)$	$\Omega(n^2)$
		$\Omega(n^2 \log n)$	$\Omega(\log n)$	$O(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$

שאלה מס' 4 (25 נקודות):

- בהינתן וקטור A , בן n איברים שונים זה מזה, מעל תחום סדור, התמורה המייצגת את A , Π_A , היא תמורה המשמרת את יחסי הסדר של הוקטור A .
לכל אחת מן הטענות הבאות, עליכם לקבוע האם היא נכונה:
- א. לכל וקטור A , קיים אלגוריתם מיון, המתנהג באופן שונה, על A ועל Π_A .
 - ב. קיים וקטור A , כך שמספר ההיפוכים ב A , קטן ממספר ההיפוכים ב Π_A .
 - ג. קיים וקטור אחד ויחיד המקיימים $\Pi_A[i] = 1$ וגם $A[i] = 1$.
 - ד. לכל וקטור A , קיים אלגוריתם מיון מבוסס השוואות המתנהג באופן זהה על A ועל Π_A .
 - ה. לא קיים וקטור A , כך שהאיבר המכסימלי ב A נמצא במקום השלישי ואילו האיבר המכסימלי ב Π_A , נמצא במקום החמישי.

השתמשו בטבלה הבאה כדי לסמן עבור כל טענה האם היא נכונה:

ה	ד	ג	ב	א	התשובה
					סמנו אם נכון
					סמנו אם לא נכון